Medizinische Physik:
Physikalische Grundlagen der Analyse biomedizinischer Signale

Physics in Medicine:
Physical Fundamentals of Analyzing Biomedical Signals (D/E)

Klaus Lehnertz

Winter Term 2003 / 2004

- Einführung in die Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme
- Charakterisierende Maße
- Biosignale und Biosignalerfassung
- Anwendungen (Medizin, Physik, Biologie)

Literatur

Physik:

H.G. Schuster: Deterministic Chaos. 2nd edition, VCH-Verlag,
Weinheim (1989)

E. Ott: Chaos in dynamical systems. Cambridge University Press,
Cambridge UK (1993)

**H. Kantz, T. Schreiber: Nonlinear time series analysis.
Cambridge University Press, Cambridge (1997)**

Medizin:

E. Basar, T.H. Bullock: Brain Dynamics. Series in Brain Dynamics Vol. 2,
Springer, Berlin (1989)

E. Basar: Chaos in Brain Function. Springer, Berlin (1990)

**E.R. Kandel, J.H. Schwartz: Principles of Neural Science.
Elsevier North Holland, New York (1991)**

Zusätzliche Literatur

S.D. Stearns und D.R. Hush: Digitale Verarbeitung analoger Signale. Oldenbourg, München (1994).

A.V. Oppenheim und A.S. Willsky: Signale und Systeme. VCH, Weinheim, 1989

B.R. Martin: Statistics for Physicists. Academic Press, London, New York, 1971.

P.R. Bevington: Data reduction and error analysis for the physical sciences. McGraw-Hill, New York, 1969.

J.S. Bendat und A.G. Piersol: Random Data: Analysis and measurement procedures. Wiley Interscience, New York, 1971

W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling: Numerical Recipes. The art of scientific computing. (incl. Software in Fortran, C, Pascal) Cambridge University Press, Cambridge, 1996

1778	P. Laplace (Laplacescher Dämon, “Alles ist vohersagbar”)
1880	W. Sierpinski (Nicht-Euklidische Geometrie, "mathematische Monster")
1892	H. Poincare (Dreikörperproblem, Dimension von Mannigfaltigkeiten)
1919	F. Hausdorff (Erweiterung des Dimensionsbegriffs)
1963	E. Lorenz (Wettervorhersage)
1967	B. Mandelbrot (Fraktale, Selbstähnlichkeit)
1975	J. Yorke (deterministisches Chaos)
1977/78	Wege ins Chaos: S. Grossmann/S. Thomae (Periodenverdopplung) M. Feigenbaum (Feigenbaum Konstante), Newhouse-Ruelle-Takens Route ins Chaos
1981	D. Ruelle (seltsame Attraktoren), P. Grassberger / I. Procaccia (Korrelationsdimension) F. Takens (Zustandsraumrekonstruktion)
seit 1990	Nichtlineare Zeitreihenanalyse

Zeitreihenanalyse

Ziele der Zeitreihenanalyse:

Kenntnisse

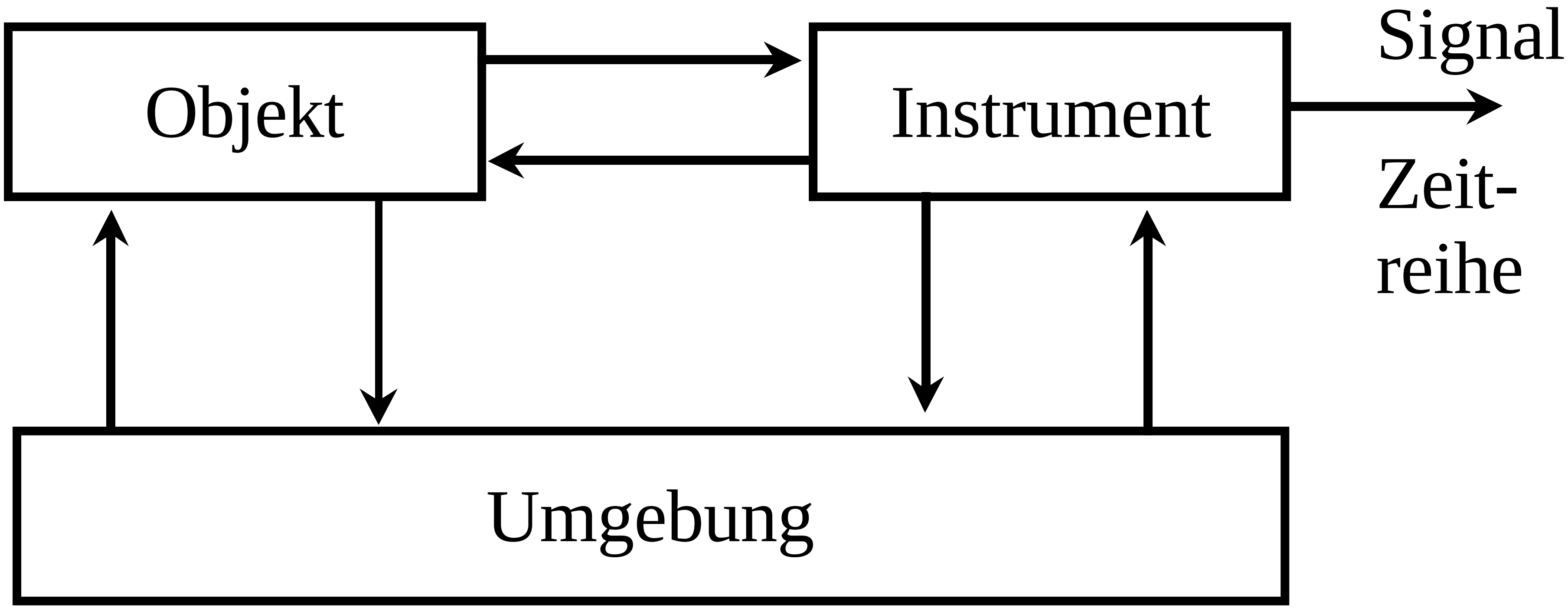
erweitern

detaillieren

Zukunft
(Vorhersage)

Vergangenheit
(Analyse)

Zeitreihenanalyse



beachte: Wechselwirkungen !!

Zeitreihenanalyse

Aufgaben / Fragen / Probleme

- was ist ein geeignetes Objekt ?

- was ist eine geeignete Umgebung ?

- was ist ein geeignetes Instrument ?

- wie sind die Schnittstellen charakterisiert ?

Zeitreihenanalyse

Zeitreihe: - aufeinander folgende Daten
- experimentell gewonnen oder Modelldaten
- zeitabhängig

$$\left(v_i, v_{i+\Delta t,}, ..., v_{i+n\Delta t}\right)$$

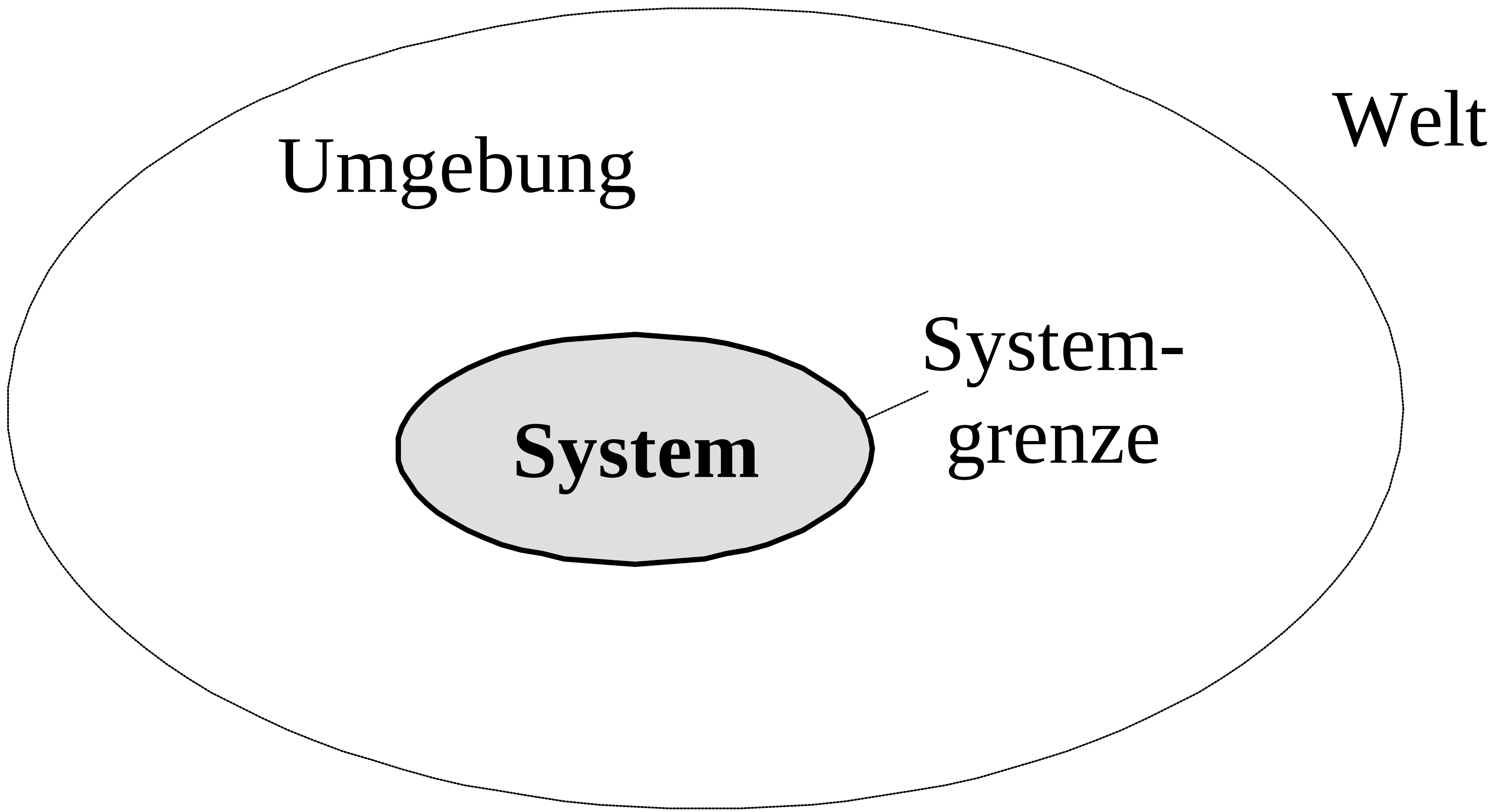
$$\Delta t$$

zeitlicher Abstand zwischen aufeinander folgenden Werten (*Abtastintervall* bei experimentell gewonnenen Daten)

Zeitreihenanalyse

	Experiment:	Modell:
Länge der Zeitreihe	meist begrenzt	beliebig
Abtast-intervall	begrenzt	beliebig
Genauig-keit	A/D-Wandler Rauschen	beliebig

System



Wirkung System $\leftrightarrow$ Umgebung ?

offenes System
isoliertes System

nichtlineare dynamische Systeme

dynamische Systeme:

- Systeme mit Krafteinwirkung (δυναμιο = Kraft)
- **zeitabhängige** Systemzustände
- Zustandsänderung abhängig vom momentanen Zustand

↓

deterministisch

gleiche Umstände - gleiche Entwicklung

stochastisch

gleiche Umstände - stochastische Entwicklung, Wahrscheinlichkeitsverteilung abh. vom momentanen Zustand

nichtlineare dynamische Systeme

dynamische Systeme:

- beschrieben durch **zeitabhängige Zustandsgrößen** $\mathbf{x} \in R^n$
- Zeitentwicklung der Zustandsgrößen gegeben durch:

kontinuierlich

Satz von Differentialgleichungen
und Anfangsbedingungen $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \lambda)$$

λ = Kontrollparameter

diskret

Satz von Differenzengleichungen
(Abbildungen)

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_t, T, \lambda)$$

$\mathbf{f}, \mathbf{F}: R^n \rightarrow R^n$ reellwertigeVektorfunktionen

f, F sind bei nichtlinearen dynamischen Systemen **nichtlinear**

Nichtlinearität / Linearität

nichtlineare einfache

Gleichungen können Lösungen besitzen

lineare komplizierte

---

was passiert bei Änderungen der Parameter / Startwerte / ... ?

System		**Effekt**
linear	$\longrightarrow$	proportional
nichtlinear		nichtproportional

Medizin

Physik

Chemie

Biologie

Nichtlineare Dynamik

Kultur-
wissenschaften

Geowissen-
schaften
(Meteorologie)

Wirtschafts-
wissenschaften

Politik/
Militär

Ingenieurs-
wissenschaften

Anwendungsbereiche in der Physik

Festkörper-physik
Strukturbildung
Phasenübergänge
Spinwellen
...

Mechanik
nichtlineare Oszillatoren
gekoppelte/getriebene Pendel
magnetomechanische Schwinger
Torsionsstäbe / -drähte

Akustik
Schallerzeugung durch Laser
Musikinstrumente

Nichtlineare Dynamik

Fluidmechanik
Übergang zu Turbulenz
Kristallwachstum aus Schmelzen
Flüssigkeitsoberflächen

Astronomie/ Astrophysik
Sonnensystem
Sternbewegung
Sonnenflecken
Pulsare/Quasare
Galaxienverteilung

Laserphysik
Laserstabilität
Halbleiterlaser
gekoppelte Laser

Optik
optogalvanische Systeme
nichtlineare Optik

Plasmaphysik
Schwingungen in Gasentladungen
Musterbildung
Plasmawellen

Anwendungsbereiche in Medizin / Biologie

Biochemie

Physiologie

Neurologie
Epileptologie
Psychiatrie

biologische
Oszillatoren

Psychologie

Epidemiologie

Nichtlineare Dynamik

Endokrinologie

Ökologie

Atmung

Populationsdynamik

Kardiologie

Genetik

Nephrologie

nichtlineare Dynamik

Nichtlineare Systeme sind eigentlich Regelfall

Lineare Systeme sind Spezialfall

Nichtlinearität und Kausalität

physikalisches Phänomen $\longrightarrow$ Ursache ? $\longrightarrow$ streng deterministisches Kausalitätsprinzip

(exakt) gleiche Ursachen haben (exakt) gleiche Wirkungen

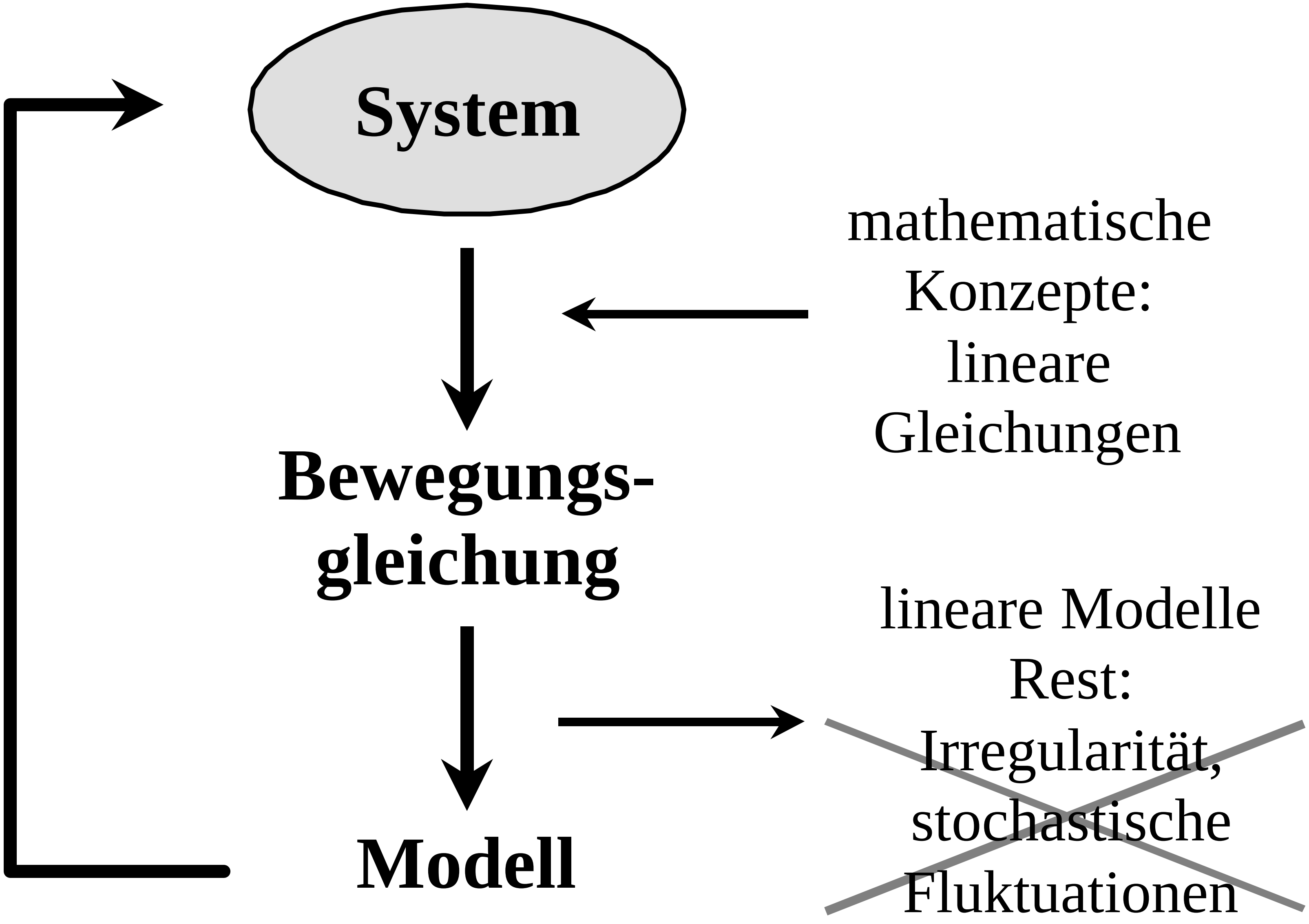
Vergangenheit — Jetzt — Zukunft $\longrightarrow$ Zeit

math. Modell (DGL)
+
Anfangsbedingungen

$\longrightarrow$

System vorhersagbar
+
Systemverhalten reproduzierbar

Das pragmatische Bild der linearen Natur



Jules Henri Poincaré:

- franz. Mathematiker und Physiker
- * 1854   † 1912
- Theorie der automorphen Funktionen
- Homologietheorie
- Dreikörperproblem
- *Dimension von Mannigfaltigkeiten*

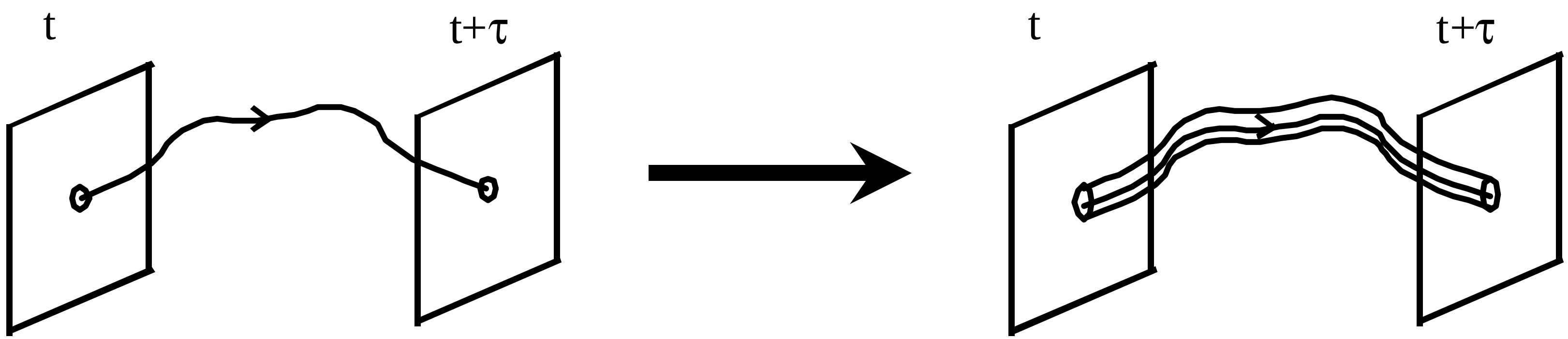
Waclaw Sierpinski:
- poln. Mathematiker
- * 1882   † 1969
- Mengenlehre, Theorie reeller Funktionen, Zahlentheorie
- *Topologie*

Nichtlinearität und Kausalität

Lineare Systeme

schwache Kausalität:
gleiche Ursachen haben
gleiche Wirkungen

starke Kausalität:
ähnliche Ursachen haben
ähnliche Wirkungen



starke Idealisierung;
keine Berücksichtigung
experimenteller Situationen

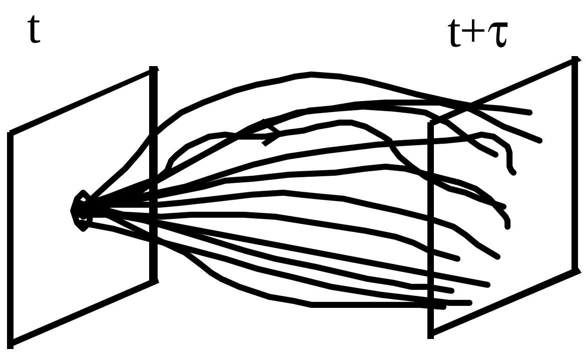
schließt schwache Kausalität ein;
berücksichtigt experimentelle
Situationen: kleine Abweichung in
Anfangsbedingungen; Störungen des
Systems; systematische Fehler, ...

Nichtlinearität und Kausalität

Nichtlineare Systeme

Verletzung der starken Kausalität:

ähnliche Ursachen haben
unterschiedliche Wirkungen



- sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen
  deterministisches Chaos
- Musterbildung
  "das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile"
  Selbstorganisation

Prozess-Charakterisierung

reguläre Prozesse	chaotische Prozesse	Rauschen / Zufall
deterministisch	deterministisch	stochastisch
Langzeitvorhersagen möglich	Vorhersagen möglich	Vorhersagen unmöglich
starke Kausalität	Verletzung der starken Kausalität	unkontrollierte Einflüsse
	Nichtlinearität	äussere Störungen

Chaos (Alltagsgebrauch)

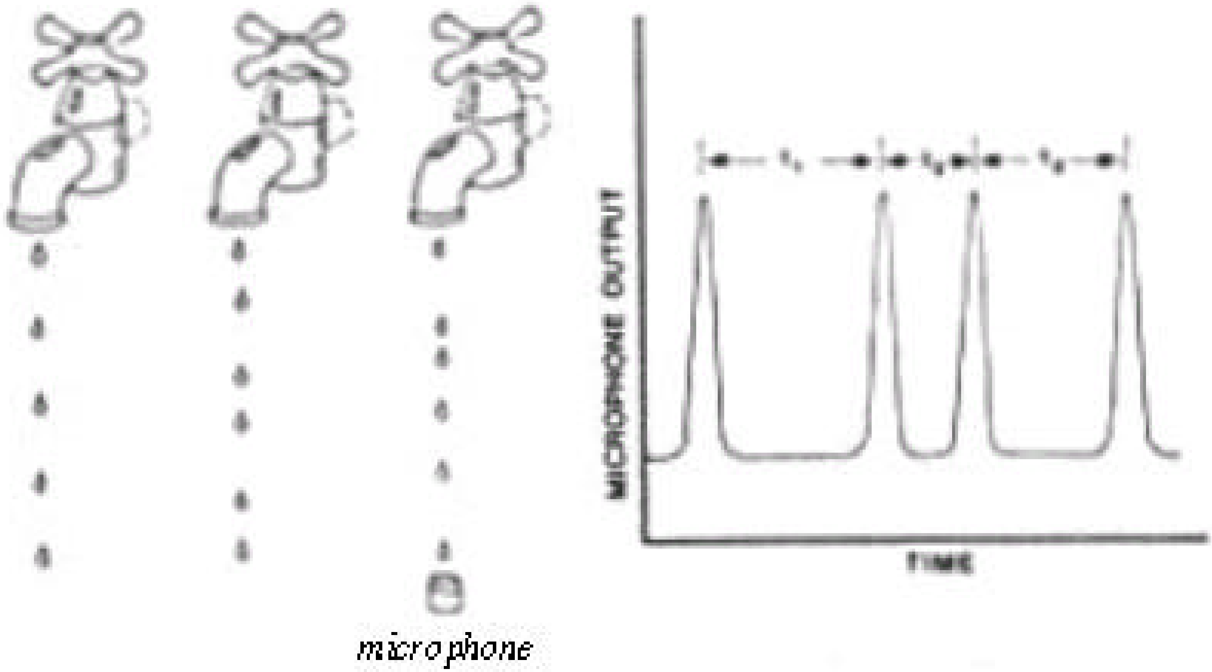
- Zustand der Unordnung und Irregularität

deterministisches Chaos

- irreguläres (nichtperiodisches) Verhalten von Zustandsvariablen
- unvorhersagbar oder nur für einen kurzen Zeitraum
- deterministische Bewegungsgleichungen (im Unterschied zu stochastischen Systemen)
- Instabilitäten und Wiederkehrverhalten

Elementare Beispiele:

tropfender Wasserhahn (Shaw, 1984)



The dripping tap experiment. Plot of output from experiment is shown at right.

Elementare Beispiele:

elektrischer Schwingkreis Schwingung mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{L\,C}}$

alternierender Energiefluß:
elektr. Energie (Kondensator) $\leftrightarrow$ magn. Energie (Spule)

$$\downarrow$$

Diode im elektr. Schwingkreis

Duffing Gleichung: $\ddot{x} + 2\gamma\,\dot{x} + w_0^2 x + \beta x^3 = f(t)$

$$\uparrow$$

kubische Nichtlinearität

Elementare Beispiele:

Duffing Oszillator

- es exisitiert keine analytische Lösung

- Superpositionsprinzip gilt nicht mehr
  (Linearkombination von Lösungen keine Lösung der DGL)

- Systemverhalten qualitativ reicher (Bifurkationen)

- Sensitivität gegenüber Anfangsbedingungen / Veränderung
  der Systemparameter

Elementare Beispiele:

Logistische Abbildung

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$$

$$x_n \in [0,1]$$

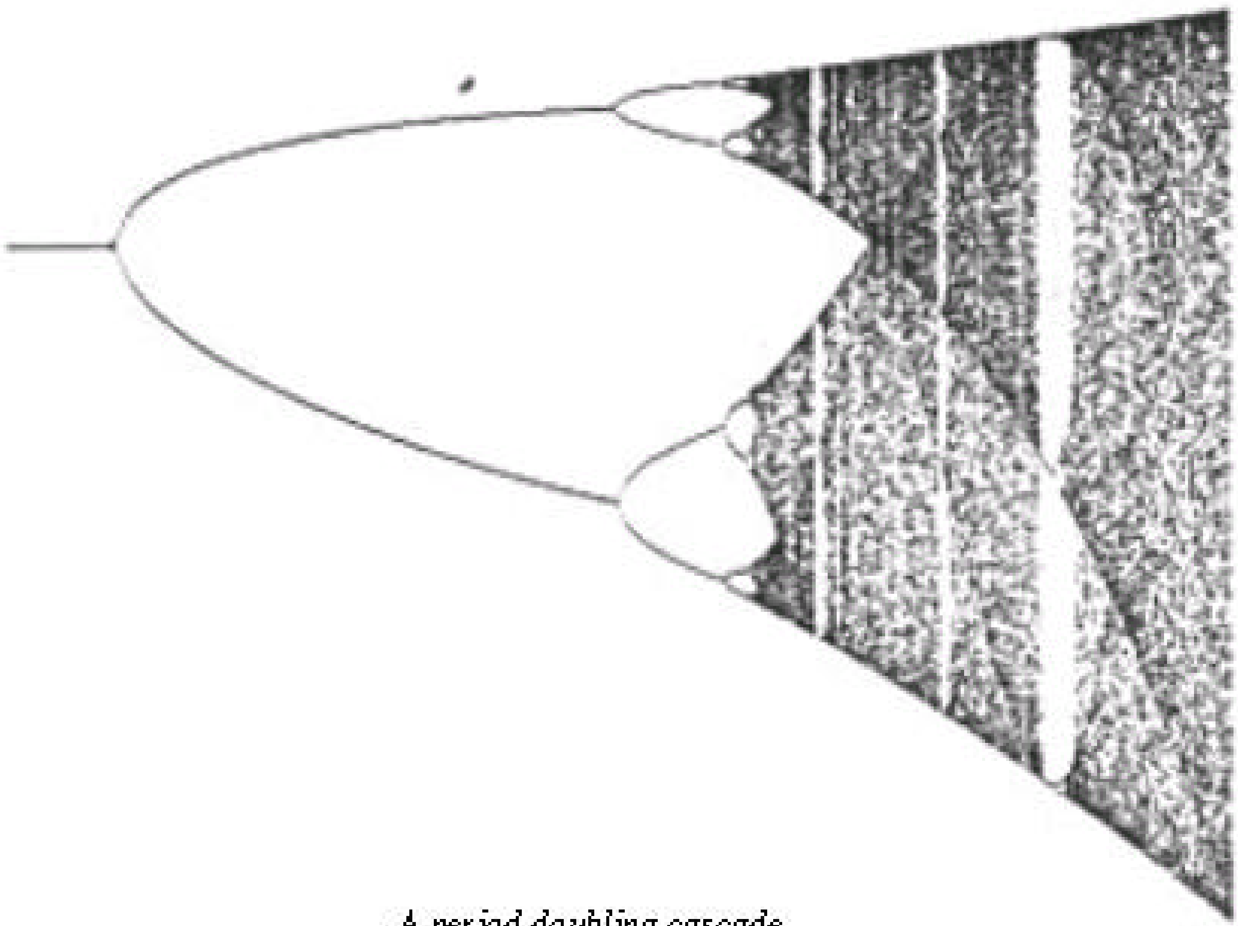
$$r \in [0,4]$$

quadratische Term erzeugt in Abhängigkeit von *r* eine reichhaltige Dynamik, z.B.:

$r = 3{,}1$ System springt zwischen 2 Werten (Periode 2)

$r = 4$ starke Ähnlichkeit zu Rauschen

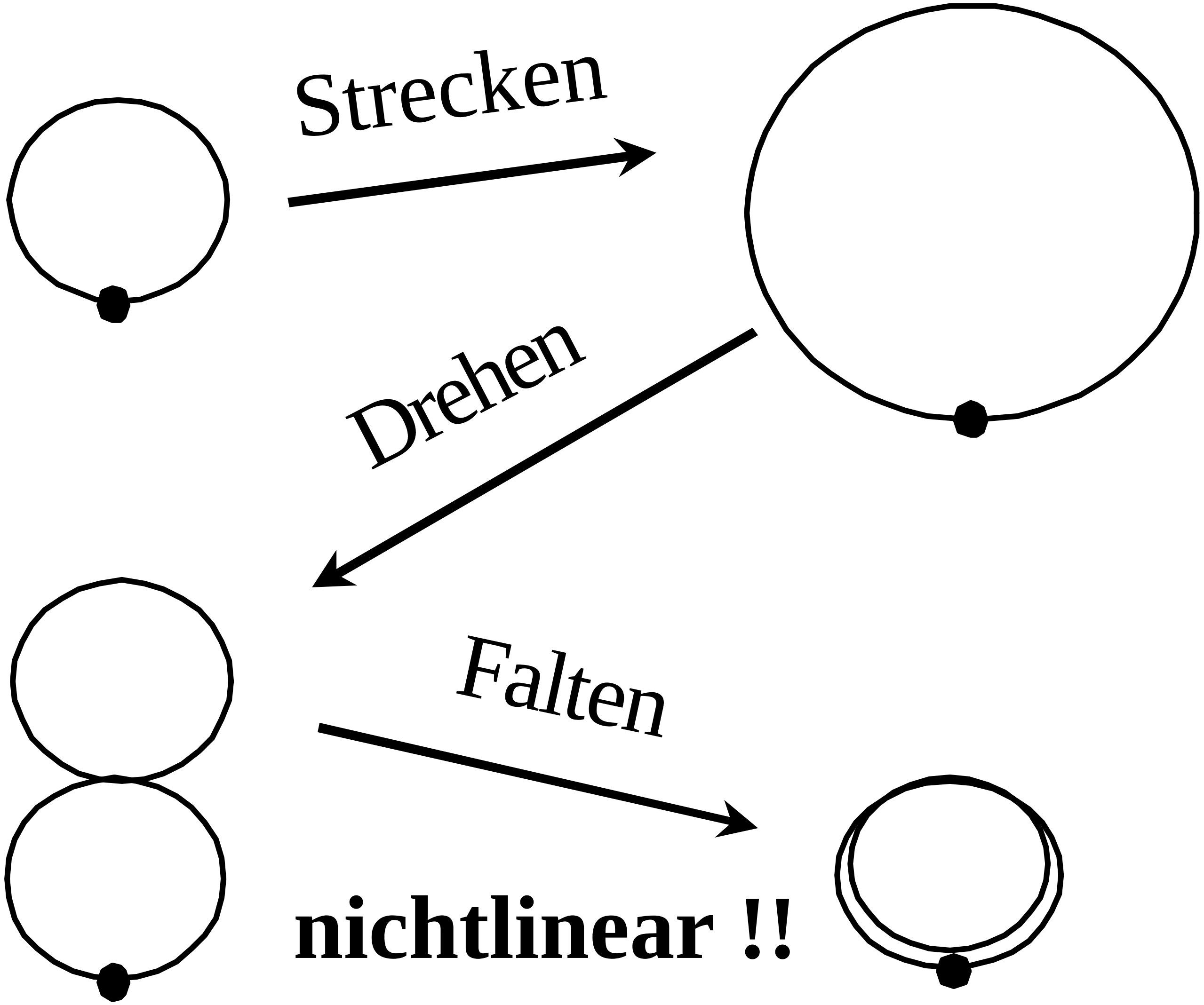
Bifurkationsdiagramm (Feigenbaumdiagramm):



A period doubling cascade.

wesentliche Eigenschaften: Periodenverdopplung, Übergang in "chaotischen Bereich", periodische Fenster

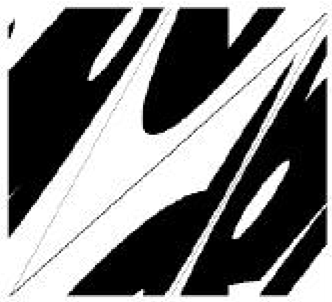
deterministische Grundoperationen:



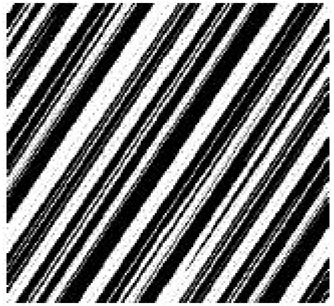
Poincarésche Wiederkehr: Arnolds Katze

0

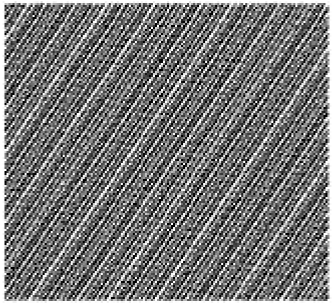
1



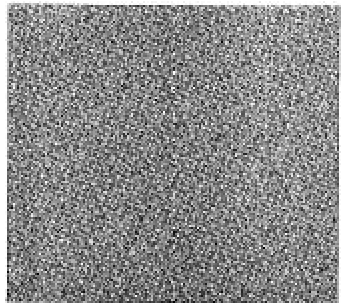
3



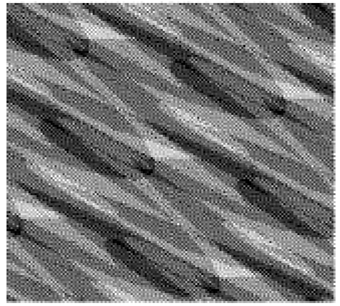
5



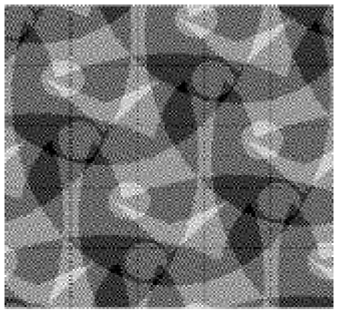
12



59



60



299

300

Zusammenfassung:

nichtlineare dynamische Systeme:

- es existiert keine analytische Lösung der nichtlinearen DGL

- das Systemverhalten ist qualitativ reicher
    - Veränderung der Systemdynamik bei Variation der Systemparameter (Bifurkationen)
    - deterministisches Chaos

- Aufschluß über Langzeitverhalten des Systems:
  Darstellung im ***Phasenraum***